一种多火星飞行器路径规划方法

敖海跃¹ 刘燕斌¹ 李 瑜²

南京航空航天大学航天学院,南京 211106
 北京空天技术研究所,北京 100074



摘 要 为解决多火星飞行器的协同路径规划问题,针对经典路径规划方法的 局限性,提出基于改进鸽群优化算法的新型多机协同路径规划方法;同时为了提 高路径规划问题的全局求解能力以及最优解质量,克服标准鸽群优化(pigeoninspired optimization, PIO)算法易陷入局部最优,收敛精度低的问题,提出一种改 进鸽群优化算法。该协同路径规划方法先利用 Voronoi 图和 Dijkstra 算法进行环 境建模和路径预规划,然后再利用改进鸽群优化算法进行路径优化,实现最短路 径规划,克服经典路径规划方法所得轨迹不够平滑的缺点。仿真结果表明,本文 所提方法能够满足多火星飞行器路径规划的要求。 关键词 路径规划;火星飞行器;鸽群优化(PIO);Voronoi 图 中图分类号: V476.4 文献标识码: A 文章编号: 1006-3242(2021) 06-0027-07

DOI:10.16804/j.cnki.issn1006-3242.2021.06.004

A Path Planning Method for Multi-Mars Aircraft

Ao Haiyue¹, Liu Yanbin¹, Li Yu²

1. College of Astronautics, NUAA, Nanjing 211106, China

2. Beijing Institute of Space Technology, Beijing 100074, China

Abstract In order to solve the problem of multi-Mars aircraft cooperative path planning and overcome limitations of classical path planning method, a new cooperative path planning method for multi-Mars aircraft based on improved pigeon-inspired optimization algorithm is proposed. Meanwhile, in order to improve the quality of optimal solution and global solving ability of path planning problem and overcome the defect of low convergence accuracy and easily falling into local optimal solution of the standard pigeon-inspired optimization (PIO) algorithm, an improved PIO algorithm is proposed. The Voronoi diagram and Dijkstra algorithm are firstly used for environmental modeling and path pre-planning in path planning method, and then the improved PIO algorithm is used for path optimization to achieve the shortest path planning, which overcomes the defect that the trajectory obtained by the classical path planning algorithm is not smooth enough. The simulation results show that the proposed method can meet the requirements of path planning for multi-Mars aircraft.

Key words Path planning; Mars aircraft; Pigeon-inspired optimization (PIO); Voronoi diagram

收稿日期: 2021-01-29

作者简介: 敖海跃(1999-),男,本科,主要研究方向为导航、制导与控制。E-mail: Aohaiyue99@163.com; **刘燕斌**(1980-),男,副教授,主要研究方向为导航、制导与控制。E-mail: liuyb@nuaa.edu.cn; **李**瑜(1983-),男,研究员,主要研究方向为导航、制导与控制。E-mail: 35123567@qq.com。

0 引言

火星探测一直是国际上深空探测的重点和热点^[1],1960年开始美国和苏联在火星探测领域进行 了激烈的竞争,在2020年7月的火星探测窗口期, 中国的火星探测器"天问一号"、美国的"毅力号"和 阿联酋的"希望号"相继发射升空,将国际火星探测 又推向一个新的高潮^[2]。

火星环绕器能拍摄较为清晰的卫星照片,且工 作寿命较长,但是无法做细致的探测;火星着陆车可 以对火星表面进行细致的探测,但是探测范围很小, 且火星着陆车的移动受到火星表面复杂地形的严重 限制^[3];而火星飞行器则可以进行较为细致的探 测,同时拥有较大的探测范围^[4],因此火星飞行器 在国内外获得了广泛的研究。随着火星探测的深 入、任务多样性程度的增加,由于单飞行器的探测范 围和探测效率有限,有些任务依靠单架飞行器难以 完成。而通过实现多架火星飞行器间的有效协同, 则可以提高探测任务的效率^[5],因此多飞行器的协 同任务规划问题被广泛研究。

路径规划是协同任务规划的重点,对提高飞行 器的生存率和任务完成率有重要意义。路径规划是 指给定起始点和目标点,考虑危险区等信息,在多种 约束下,寻找到一条符合特定指标的最优路径^[6]。 目前有很多经典的路径规划算法:Dijkstra 算法是较 为经典的用于搜索最短路径的算法^[7-8],可在带有 权重的复杂图中得到最短路径;A*算法基于Dijkstra 算法,引入了启发式策略的思想^[9],该算法在很 多场景都得到了较好的运用,但是对于复杂的地图 信息求解的时间复杂度很高;人工势场法引入了虚 拟力,规划出的路线较为平滑,且实时性好^[10],但是 存在目标点不可达的问题。

随着智能优化算法的兴起, 鸽群优化(PIO) 算 法、遗传算法和蚁群算法等也被应用到飞行器的路 径规划中^[11-12]。但是由于智能优化算法也存在易 陷入局部最优的问题, 规划出的路径通常为次优而 非最优^[13], 所以若想将智能优化算法更好地应用于 路径规划中,还需要将智能优化算法进行改进^[11]。

文献 [14] 在 Voronoi 图上使用 A* 算法实现战 术导弹的路径规划,但得到的路径代价和转向角较 大; 文献 [15] 使用改进粒子群优化算法实现飞行器 路径规划,但是当问题维度升高时规划可能失败。 本文针对多火星飞行器,提出一种基于改进鸽群优 化算法的多机协同路径规划方法,首先利用 Dijkstra 算法对 Voronoi 图划分的二维平面进行路径预规划, 再利用改进鸽群优化算法进行路径优化。相比于文 献 [14-15],该方法能保证规划成功且得到代价和转 向角更小的路径。同时针对标准鸽群优化算法易陷 入局部最优、收敛精度低的问题,本文提出采用柯西 变异、交流因子和梯度信息改进的鸽群优化算法。

1 多火星飞行器路径规划系统建模

多火星飞行器进行路径规划的过程,首先要根 据环境中各种危险区的分布情况,建立威胁模型。 然后,对环境空间进行划分,建立相应的路径代价模 型。此外,路径必须满足火星飞行器的飞行性能,这 样才能保证规划出的路径具有实际意义。

1.1 威胁源建模

Voronoi 图是一种表示点或实体集合近似信息的几何结构,被广泛应用于路径规划问题中^[14]。根据环境威胁信息,取所有危险区的中心,依次生成危险区中心的中垂线(即 Voronoi 边),将二维平面进行划分,生成初始的可飞路径集。由于 Voronoi 边上的点到相邻的两个危险区中心的距离相等,所以飞行器沿着 Voronoi 边飞行受到两个相邻危险区的威胁最小,安全系数较高。

如图 1 所示, Voronoi 图中黑色填充的圆形是 300m×300m 飞行空域内的危险区,虚线表示的是 Voronoi 边,多机路径规划问题可以简化为在 Voronoi 图中寻找从起始点到目标点飞行代价最小 的可飞路径。



1.2 路径代价建模 威胁源建模后,还要为每条 Voronoi 边分配代

价。由于多火星飞行器路径规划的目的是:在保证 飞行器安全的前提下,尽可能地节省燃料,故本文主 要考虑燃料代价和危险区代价。

飞行器可沿着 Voronoi 边的两个方向飞行,假 设所有的飞行器都以恒定的速度飞行,那么每条边 的长度和飞行该段距离所需时间成正比,同时也和 燃料消耗成正比。每条边燃料的代价可以表示为:

$$J_{fuel} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$
(1)

式中: (x_1, y_1) 为一条边的起始点坐标, (x_2, y_2) 为 结束点坐标, J_{inel} 为该条边的燃料代价。

本文主要考虑因火星的地形和气象等因素而产 生的危险区,穿越该类危险区产生的代价非常昂贵, 以至于飞行器不会选择进入危险区。若某条 Voronoi边与危险区相交,所产生的危险区代价可表 示为:

$$J_{threat} = 10^{10} \times J_{fuel} \tag{2}$$

式中: J_{threat} 为每条边为危险区代价。

1.3 火星飞行器的飞行性能

路径规划时必须考虑火星飞行器的飞行性能, 否则得到的路径就没有意义。由于本文在二维平面 内进行路径规划,所以主要考虑火星飞行器的最大 航程约束和最大转向角约束。

飞行器在飞行的过程中,受到燃料和任务时间 的限制,不能无限地飞行,假设一条完整的飞行路径 由 *n* 条分段组成,则存在飞行器的最大航程约束:

$$\sum_{i=1}^{n} l_i \leqslant L_{\max} \tag{3}$$

式中*l_i*为第*i*条分段的长度,*L_{max}*为最大航程。

本文以最大转向角描述飞行器的机动能力。假 设一条完整的飞行路径有 m 个节点,则存在飞行器 的最大转向角约束:

$$\theta_j \le \theta_{\max} \tag{4}$$

式中 θ_j 为第j个节点处的转向角, θ_{max} 为最大转向角。

2 多火星飞行器路径规划方法

2.1 多火星飞行器路径规划总体结构

本文提出的基于改进鸽群优化算法的多火星飞 行器路径规划方法在总体上采用分层规划的结构, 分为路径规划层、协同规划层和路径优化层。首先 在路径规划层,利用 Dijkstra 算法在 Voronoi 图上为 每一架飞行器预规划出到每一个目标点的备选路 径^[16],并用视线路径法对预规划路径进行缩短^[8], 初步消除不必要的转弯。然后在协同规划层,通过 求解多维多选择背包问题(MMKP)在所有的备选路 径中确定每一架飞行器的唯一路径。最后在路径优 化层,利用改进鸽群优化算法优化路径规划层得到 的路径,得到代价更小且符合火星飞行器飞行性能 的最终路径。图2描述了基于改进鸽群优化算法的 多火星飞行器路径规划方法的总体结构。

2.2 改进鸽群优化算法

针对标准鸽群优化算法易陷入局部最优、收敛 精度低的缺点,为了提高路径规划问题的全局求解 能力和最优解质量,本文在标准鸽群优化算法的基 础上,利用柯西变异、学习因子和梯度信息3种策略 改进标准鸽群优化算法。

2.2.1 标准鸽群优化算法流程

鸽群优化(pigeon-inspired optimization, PIO) 算 法^[17]模型的建立主要包括: 鸽群速度、位置等信息 的初始化,在算法前期利用地图罗盘算子更新鸽群 的速度与位置,在后期利用地标算子进行更新。

首先,初始化鸽群优化算法中的种群数量、迭代 次数等信息,确定适应度值的计算方法。同时随机 初始化鸽群的速度与位置。第*i*只鸽子的位置*X_i*、 速度*V_i*可表示为:



$$\boldsymbol{X}_{i} = \begin{bmatrix} X_{i}(1) & X_{i}(2) & \cdots & X_{i}(n) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \quad (5)$$

 $\boldsymbol{V}_i = \begin{bmatrix} V_i(1) & V_i(2) & \cdots & V_i(n) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \quad (6)$

算法前期利用地图罗盘算子迭代更新,第*i*只 鸽子在第*t*次迭代中的速度为 $V_i(t)$,位置为 $X_i(t)$,当前鸽群中最优个体的速度为 V_g ,位置为 X_i ,迭代更新方法为:

$$V_{i}(t) = V_{i}(t-1) \cdot \exp(-Rt) + r \cdot (X_{g} - X_{i}(t-1))$$
(7)

 $X_{i}(t) = X_{i}(t-1) + V_{i}(t)$ (8)

式中, *R* 为地磁因子, 视具体问题取值。*r* 为在 [0,1] 上均匀分布的随机数。

算法后期利用地标算子迭代更新,第 *i* 只鸽子 在第 *t* 次迭代中的位置为 *X_i*(*t*),当前鸽子的中心 位置为 *X_c*,更新后根据适应度值的大小将所有鸽子 进行排序,每次迭代淘汰掉一半的鸽子,迭代更新方 法为:

$$N_{P}(t) = \frac{N_{P}(t-1)}{2}$$
(9)

$$\boldsymbol{X}_{c} = \frac{\sum \boldsymbol{X}_{i}(t) \cdot \boldsymbol{F}(\boldsymbol{X}_{i}(t))}{N_{P} \cdot \sum \boldsymbol{F}(\boldsymbol{X}_{i}(t))}$$
(10)

$$X_{i}(t) = X_{i}(t-1) + r \cdot (X_{c} - X_{i}(t-1))$$
(11)

式中, $N_p(t)$ 为第 t 次迭代后鸽子种群数量, F 为适应度函数。

2.2.2 柯西变异

柯西分布在原点处峰值较小,而两端的分布较长,利用柯西变异可在当前变异个体附近产生较大扰动。因此,可通过引入柯西变异来增加种群的多样性,解决鸽群优化算法易陷入局部最优的问题^[18]。

本文选取标准柯西逆累积分布函数对鸽子个体 产生变异,标准柯西逆累积分布函数如式所示。在 初始化后和地图罗盘算子后对全局最优 *X*_g进行柯 西变异,若变异后更优,则按式更新全局最优 *X*_s。

$$k_{\text{Cauchy}} = \tan\left(\pi \cdot \left(r - \frac{1}{2}\right)\right)$$
 (12)

$$X_{\rm g} \rightarrow X_{\rm g} \cdot k_{\rm Cauchy}$$
 (13)

式中: k_{Cauchy} 为柯西算子, r 为[0,1]上均匀分布的随机数。

2.2.3 交流因子

鸽群优化算法在地图罗盘算子后期存在过早收 敛的问题,所以在算法寻优的过程中,可以通过控制 后期局部搜索的速度避免这一问题^[19]。 本文在鸽群优化算法中引入交流因子,来调节 全局最优位置在地图罗盘算子阶段的影响权重,使 算法后期具有较强的局部搜索能力。交流因子随着 迭代次数的增加从0非线性地增加到1。因此将鸽 群优化算法中速度更新公式更改为:

$$V_{i}(t) = c_{1} \cdot V_{i}(t-1) + c_{2} \cdot r \cdot (X_{g} - X_{i}(t-1))$$
(14)

$$c_{1} = A \cdot \exp\left(-2R\left(\frac{t}{N_{C1\max}}\right)^{2}\right) + B \cdot \exp\left(-R\left(\frac{t}{N_{C1\max}}\right)^{2}\right) + C$$
(15)

$$c_2 = 1 - c_1 \tag{16}$$

式中 c_1 为惯性权重, c_2 为交流因子, $A \setminus B \setminus C$ 为常数,视具体问题取值。

2.2.4 梯度信息

鸽群优化算法依赖鸽群的随机搜索,没有考虑 具体问题的特性,不利用求解对象的梯度信息,但利 用梯度信息可以使鸽群的移动更有针对性和效 率^[20]。一个多元函数*f*的梯度可以表示如下:

$$\boldsymbol{g}(f(\boldsymbol{X})) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{X}_1} & \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{X}_2} & \cdots & \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{X}_{N_p}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} (17)$$

式中 N_P 表示鸽群的数量。

本文利用梯度信息影响鸽群的迭代更新。在地 图罗盘算子阶段,鸽群中有一定比例 P₁ 的鸽子将沿 着当前位置的负梯度方向前进。以第 *i* 只鸽子在第 *t* 次迭代中,其速度更新公式改为:

$$\boldsymbol{V}_{i}(t) = -\boldsymbol{g}_{i} \cdot \left| \frac{V_{i}(t-1)}{\boldsymbol{g}_{i}} \right|$$
(18)

利用柯西变异、交流因子和梯度信息的改进鸽 群优化算法(GCCPIO)的流程图如图 3 所示。

3 仿真校验

为验证基于改进鸽群优化算法的多火星飞行器路径规划方法的可行性和性能,在300m×300m坐标系内进行不同威胁环境下的仿真实验。飞行器的约束为最大航程424m,最大转向角45°。本文考虑3架飞行器和3个目标的情况,危险区均为圆形,半径为10m。在不同威胁环境下分别测试利用Voronoi图和Dijkstra算法的传统协同路径规划方法 (下文简称VD法)以及本文提出的基于GCCPIO的协同路径规划方法(下文简称VD法)的内下、

表1 飞行器、目标参数						
编号	坐标/m	编号	坐标/m			
飞行器1	(35,10)	目标1	(130,270)			
飞行器2	(250,10)	目标2	(150,240)			
飞行器 3	(20,130)	目标3	(190,250)			



图 3 GCCPIO 流程图

实验中 GCCPIO 相关参数设置为: 种群个数取 300, $N_{C1max} = 80$, $N_{C2max} = 20$, R = 0.5, A = 1.2, B = 0.5, C = -1, $P_1 = 5\%$, 路径分为20段, 适应 度函数的公式如下:

$$F = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{20} (J_{\text{fuel}}^{i,j} + J_{\text{threat}}^{i,j})$$
(19)

在一般威胁环境下的仿真测试结果如图 4~5 所示,其中菱形为飞行器的起始点,五角星为目标 点,黑色填充圆形为危险区。



图 4 一般威胁环境下 VD 法得到的路径



图 5 一般威胁环境下 VDP 法得到的路径

当增加环境复杂度时,仍按照表1实验参数进 行测试,测试结果如图6~7所示。



图 6 复杂威胁环境下 VD 法得到的路径



图 7 复杂威胁环境下 VDP 法得到的路径

在 2 种威胁环境下,分别使用 VD 法和 VDP 法 得到的测试结果见表 2。

表 2 2 种环境下 2 种路径规划方法的测试结果

编号	危险区	方法	代价	最大	最大转向
	个数			航程/m	角/(°)
1 15	15	VD 法	763.9	282.6	83.1
	15	VDP 法	725.0	269.6	17.2
2 25	25	VD 法	788.4	293.2	88.4
	25	VDP 法	757.0	286.0	31.9

测试结果显示,使用传统的 VD 法得到的路径 因转向角过大而不满足飞行器的约束。而不论是在 一般的还是较复杂的威胁环境下,本文提出的基于 改进鸽群优化算法的多火星飞行器路径规划方法都 能得到满足约束的可飞路径,克服了传统 VD 法所 得路径不平滑的问题,且具有代价更小的优势。

4 结论

提出了一种融合经典路径规划算法和改进鸽群 优化算法的协同路径规划方法,设计了基于3种策 略改进的鸽群优化算法,可为保持一定高度飞行的 多火星飞行器提供二维平面内的可飞协同路径。与 经典路径规划方法相比,该方法所得路径转向角更 小,在解决多火星飞行器路径优化问题中具有较好 的应用前景。

参考文献

- [1] 徐西宝,白成超,陈字燊,等.月/火探测软着陆制导 技术发展综述[J].宇航学报,2020,41(6):719-729.
 (Xu Xibao, Bai Chengchao, Chen Yushen, et al. A survey of guidance technology for moon /Mars soft landing [J]. Journal of Astronautics, 2020,41(6):719-729.)
- [2] 张玉花,王献忠,褚英志,等. 我国首次自主火星探测 任务中环绕器的研制与实践[J]. 上海航天(中英 文), 2020, 37(5): 1-9. (Zhang Yuhua, Wang Xianzhong, Chu Yingzhi, et al. Development and practice of the orbiter in China's first Mars exploration mission [J]. Aerospace Shanghai (Chinese & English), 2020, 37(5): 1-9.)
- [3] 韩少君,倪昆,熊寸平,等. 基于复合抗饱和策略的火星飞机自适应控制[J]. 航天控制,2017,35(3):40-48,53. (Han Shaojun, Ni Kun, Xiong Cunping, et al. Adaptive control of Mars aircraft based on compound an-

ti-saturation strategy [J]. Aerospace Control, 2017, 35 (3): 40-48,53.)

- [4] 姚克明,刘燕斌,陆宇平,等.火星探测无人机建模与 拉起平飞控制 [J].南京理工大学学报,2013,37
 (6):950-954.(Yao Keming, Liu Yanbin, Lu Yuping, et al. Modeling and pull level flight control for exploration unmanned aerial vehicle on Mars [J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology, 2013,37
 (6):950-954.)
- [5] 杨尚君,王社伟,陶军,等. 基于混合细菌觅食算法的 多无人机任务分配研究[J]. 航天控制,2011,29(3): 8-12,18. (Yang Shangjun, Wang Shewei, Tao Jun, et al. The research of cooperative task assignment of multiple UAVs based on hybrid bacterial foraging algorithm [J]. Aerospace Control, 2011,29(3):8-12,18.)
- [6] 吴蕊. 基于层次分解策略的无人机协同航迹规划研究[D]. 南京:南京航空航天大学,2012.(Wu Rui. Research on multi-UAVs cooperative path planning based on hierarchy decomposition strategy [D]. Nan-jing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2012.)
- [7] 程凝怡,刘志乾,李昱奇.一种基于 Dijkstra 的多约束 条件下智能飞行器航迹规划算法 [J].西北工业大学 学报,2020,38(6):1284-1290. (Cheng Ningyi, Liu Zhiqian, Li Yuqi. Path planning algorithm of Dijkstrabased intelligent aircraft under multiple constraints [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2020, 38(6): 1284-1290.)
- [8] Hazelton J B. Comparison of partially decoupled and combined methods of path planning and task allocation.
 [D]. Morgantown: West Virginia University, 2004.
- [9] 王平,白昕,解成超. 基于蜂群与 A* 混合算法的三维 多无人机协同 [J]. 航天控制,2019,37(6):29-34,65.
 (Wang Ping, Bai Xin, Xie Chengchao. 3D multi-UAV collabaration based on the hybrid algorithm of artificial bee colony and A* [J]. Aerospace Control,2019,37 (6):29-34,65.)
- [10] 刘俊雅.基于人工势场法的移动机器人避障算法研究[D].武汉:华中师范大学,2018.(Liu Junya. Research on obstacle avoidance algorithm based on artificial potential field for mobile robots [D]. Wuhan: Central China Normal University.)
- [11] 李静茹. 基于改进蚁群算法的多无人机协同路径规划研究[D]. 徐州:中国矿业大学, 2020.(Li Jingru. Research on multiple unmanned aerial vehicles collaborative path planning based on improved ant colony algorithm [D]. Xuzhou: China University of Mining and Technology, 2020.)

- [12] 李霜琳,何家皓,敖海跃,等. 基于鸽群优化算法的火星飞行器智能可视图法[J].飞行力学,2020,38
 (5):90-94. (Li Shuanglin, He Jiahao, Ao Haiyue, et al. Intelligent visibility graph algorithm of Mars aircraft based on pigeon-inspired optimization [J]. Flight Dynamics, 2020, 38(5):90-94.)
- [13] 池彩虹. 多机协同航路规划 [D]. 西安: 西安电子科 技大学, 2018. (Chi Caihong. Multi-aircraft cooperative route planning [D]. Xi'an: Xidian University.)
- [14] 廖沫,刘洋,莫文骥,等. 战术导弹协同任务规划研究
 [J]. 航天控制, 2016, 34(4): 70-75. (Liao Mo, Liu Yang, Mo Wenji, et al. Study on coordinated mission planning technology of tactical missile [J]. Aerospace Control, 2016, 34(4): 70-75.)
- [15] 傅阳光,周成平,丁明跃. 基于混合量子粒子群优化 算法的三维航迹规划[J]. 宇航学报,2010,31(12):
 2657-2664. (Fu Yangguang, Zhou Chengping, Ding Mingyue. 3-D route planning based on hybrid quantumbehaved particle swarm optimization [J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(12):2657-2664.)
- [16] 徐琳,宋万强,严冲,等.基于威胁评估和扩展 Voronoi 图的战术飞行轨迹规划方法 [J]. 航空科学技术, 2019,30(1): 35-43. (Xu Lin, Song Wanqiang, Yan Chong, et al. Tactical flight trajectory planning methods

(上接第8页)

- [10] 王向华, 覃征, 杨慧杰,等. 基于"当前"统计模型的 模糊自适应跟踪算法 [J]. 兵工学报, 2009,30(8):
 1089-1093. (Wang Xianghua, Qin Zheng, Yang Huijie, et al. A Fuzzy adaptive algorithm based on current statistical model for maneuvering target tracking [J]. Acta Armamentarii, 2009,30(8):1089-1093).
- [11] 张欢,徐军. 偏振光导航误差分析 [J]. 导航定位学报, 2015,3(1): 33-35 + 40. (Zhang Huan, Xu Jun.

(上接第13页)

- [7] 屠善澄.卫星姿态动力学与控制[M].北京:宇航出版社,2001.
- [8] 王龙,董新民,贾海燕. 无人机空中加油相对位姿解 耦迭代确定算法 [J]. 应用科学学报, 2012, 30(4):
 427-432(Wang Long, Dong Xinmin, Jia Haiyan. Relative pose decoupled iterative determination algorithm for

based on threat assessments and improved Voronoi graphics [J]. Aeronautical Science & Technology, 2019, 30(1):35-43.)

- [17] Duan H B, Qiao P X. Pigeon-inspired optimization: a new swarm intelligence optimizer for air robot path planning [J]. International Journal of Intelligent Computing and Cybernetics, 2014, 7(1): 24-37.
- [18] 段海滨,杨之元.基于柯西变异鸽群优化的大型民用 飞机滚动时域控制 [J].中国科学:技术科学,2018, 48(3):277-288.(Duan Haibin, Yang Zhiyuan. Large civil aircraft receding horizon control based on Cauthy mutation pigeon inspired optimization [J]. Scientia Sinica(Technologica),2018,48(3):277-288.)
- [19] 陶国娇,李智. 带认知因子的交叉鸽群算法[J].四川大学学报(自然科学版), 2018, 55(2): 295-300.
 (Tao Guojiao, Li Zhi. A crossed pigeon-inspired optimization algorithm with congnitive factor [J]. Journal of Sichuan University(Natural Science Edition), 2018, 55 (2): 295-300.)
- [20] 王俊伟,汪定伟. 一种带有梯度加速的粒子群算法
 [J]. 控制与决策, 2004, (11): 1298-1300. (Wang Junwei, Wang Dingwei. Particle swarm optimization algorithm with gradient acceleration [J]. Control and Decision, 2004, (11): 1298-1300.)

The analysis on bias of polarized navigation [J]. Journal of Navigation & Positioning, 2015, 3(1): 33-35+40).

[12] 江云秋,高晓颖,蒋彭龙,等.偏振导航传感器建模 与误差分析[J].弹箭与制导学报,2009,29(6):22-24. (Jiang Yunqiu, Gao Xiaoying, Jiang Penglong, et al. Model and error analysis of polarization navigation sensor [J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2009,24(6):779-784).

UAV aerial refueling [J]. Journal of Applied Sciences 2012, 30(4): 427-432).

[9] 陈军委. 非线性动力学系统的精细逐块积分求解方法[J]. 飞控与探测, 2019, 2(2): 18-24(Chen Jun-wei. A precise block-by-block integration method for nonlinear dynamic system. [J]. Flight Control & Detection, 2019, 2(2): 18-24).