



鸽群运动模型稳定性及聚集特性分析

罗琪楠¹, 段海滨^{1,2*}, 范彦铭³

1. 北京航空航天大学自动化科学与电气工程学院, 飞行器控制一体化技术国防科技重点实验室, 仿生自主飞行系统研究组, 北京 100083;

2. 鹏城实验室, 深圳 518055;

3. 中国航空工业集团公司, 沈阳飞机设计研究所, 沈阳 110035

* E-mail: hbduan@buaa.edu.cn

收稿日期: 2017-09-15; 接受日期: 2018-07-28; 网络版发表日期: 2019-02-26

国家自然科学基金(批准号: 91648205, 61425008, 61333004)资助项目

摘要 鸽群运动模型参数对鸽群一致行为产生不同的稳定性和收敛性影响. 本文通过分析鸽群群体运动的动力学模型特性, 研究时延参数对群体同步特性的影响作用. 基于鸽群运动模型, 采用适合分析群体运动的模型描述方法和性能参数表达, 并对比了不同运动形态下鸽群运动的不同特点. 采用李雅普诺夫函数以及拉格朗日乘子法, 对鸽群聚集运动的约束局部极小能量特性进行理论分析. 利用李雅普诺夫理论、代数矩阵理论以及图论的相关工具, 给出了鸽群运动聚集时的时延参数的稳定参数边界, 以及收敛条件. 以计算机数字仿真为手段, 研究了不同参数情况下鸽群运动模式行为, 分析了拓扑网络以及吸引-排斥函数对鸽群聚集-分离性能的影响.

关键词 鸽群运动模型, 拓扑网络, 稳定性, 收敛性

1 引言

鸽群智能行为是受自然界中鸽群社会协作行为启发而产生的概念, 因此对鸽群行为内在机制的研究主要从鸽群的群集飞行的观测分析入手. 国内外的研究者借助三维模拟成像、机器视觉协作定位、轻型全球定位系统(global positioning system, GPS)定位等技术观测并模拟获得了鸽群长距离自主归巢飞行与短距离自由飞行时个体的位置及运动轨迹, 并采用统计分析的相关工具结合统计物理的相关理论, 进一步分析了自然界中鸽群内部产生的相对位置与相对速度关系中可能存在的通信网络结构、信息交流机制及集体决策方法, 为进一步将鸽群智能行为应用于多无人系统

协调控制提供理论依据^[1-4].

国外的研究团队对鸽群中的分层领导行为进行了研究. 该研究团队在不同年龄、具有飞行速度和导航经验差异的鸽子上安装了高精度GPS设备, 采集鸽群飞行中个体的飞行轨迹, 并进一步分析了飞行速度的大小和方向, 在此基础上分析每对鸽子的领导-跟随关系, 进而建立层次化的鸽群领导网络. 虽然鸽群中不同的个体在跟随领导者进行飞行方向选择时存在时间延迟, 但是鸽群内部可以通过层次领导网络形成稳定的飞行群集, 鸽群中的个体在群集飞行中的相对位置取决于该个体在层级网络中的等级. 此外, 在针对飞行速度与导航经验差异的实验中, 鸽群层级网络结构体现出了对导航误差具有较强的鲁棒性^[5], 进一步说明

引用格式: 罗琪楠, 段海滨, 范彦铭. 鸽群运动模型稳定性及聚集特性分析. 中国科学: 技术科学, 2019, 49: 652-660
Luo Q N, Duan H B, Fan Y M. Analysis on stability and aggregation behavior of pigeon collective model (in Chinese). Sci Sin Tech, 2019, 49: 652-660, doi: 10.1360/N092017-00320

了鸽群中自组织的分层网络制度或许比完全平等的组织形式更加有效。

研究鸽群长距离迁徙或者归巢行为时面临的一个核心问题是单一个体的导航决策如何传导至鸽群中的其他成员,尤其是当鸽群中的领导者无法评估其他成员是否获得信息,或者有些个体获得的信息相互冲突时。在长距离飞行下鸽群中个体间存在路径信息的分享机制,研究人员将高精度GPS设备佩戴在鸽子的颈部,记录鸽子的飞行轨迹。在飞行中领导者与跟随者的偏好方向接近时,会沿着平均方向飞行(即协商折衷);而当二者偏好方向偏离超出一定阈值,其中一只会放弃自己的偏好方向而转为跟随另一只(即分级引领)。基于鸽群飞行的观测结果并进一步验证不同环境下鸽群的交互机理,Pettit等人^[6]建立了鸽群交互机制的仿真自驱动粒子模型。该模型主要包括偏好方向响应、群集一致偏航响应、吸引排斥响应以及噪声误差。通过仿真验证并对比真实观测数据,研究人员确定了鸽群中速度较快的个体在导航信息交互上具有较高的领导地位。

在生物群集运动中,集群中的个体通过交互网络相互作用产生简单的运动规则形成壮观的大规模自然群集。在对多组鸽群的飞行行为进行记录分析后,在鸽群归巢期间鸽群中的成员需要进行导航路径决策以解决不同个体间的飞行路径冲突和差异,以便使整个鸽群保持紧密的集群飞行状态并从中受益。已有的研究表明,鸽群中存在稳定的分层领导网络,较高级的领导者对鸽群路径的改变起到较大的决策作用^[7]。然而,预测某只鸽子在鸽群中产生的领导力,其属于哪个领导层级是一个悬而未决的问题。Flack等人^[8]研究了鸽子在鸽群层级领导阶层的灵活性与鲁棒性(即鸽群成员根据领先或跟随的平均时间差异进行排名的变化的上下限)。通过建立鸽群导航知识随领导者变化的函数,设计不同环境以及不同经验的鸽群飞行,建立特定鸽子在鸽群网络中不同的领导层级并分析鸽群随领导者变化时的导航误差。研究发现,通过刻意的训练并没有导致某只鸽子在鸽群领导层级中的变化,训练有素和未经训练的鸽子之间的群集相互作用的性质不受影响。因此,鸽群中的领导层级具有较强的鲁棒性,能够消除个体差异以及演化对鸽群决策带来的影响,当鸽群成员的导航知识变化相对较小时,其所处的领导层级并不会发生变化,鸽群的决策网络保持稳

定^[9~11]。

在实际应用中,无论是真实的生物群体,还是由此引申出的多机器人、多无人船、多无人机集群系统,保持集群的聚集以及避免个体之间的碰撞都是基本的、不可忽视的需求。因此,在对鸽群行为机制和规则进行建模,以及将鸽群智能行为应用至无人机集群协调控制问题时,必须考虑个体之间避撞的分离和聚集规则。因此,本文研究鸽群运动中不同模型参数对群体一致行为产生的稳定性和收敛性能的影响,并考虑了不同参数条件下基于势场力的鸽群聚集分散动态特性。首先,基于建立的鸽群运动模型,采用适合分析群体运动的模型描述方法和性能参数表达,并对比不同运动形态下鸽群运动的不同特点。采用李雅普诺夫函数以及拉格朗日乘法,对鸽群聚集运动的约束局部极小能量特性进行了理论分析。利用李雅普诺夫理论、代数矩阵理论以及图论的相关工具,给出了鸽群运动聚集时的模型参数的稳定参数边界和收敛条件。在研究过程中以计算机数字仿真为手段,研究了不同参数情况下鸽群运动模式行为,并分析了模型参数对临界条件的影响。

2 基于鸽群运动行为建立的群集模型

由 N 个自治的鸽子个体组成离散时间系统,用集合 $\Sigma = \{1, 2, \dots, N\}$ 表示所有鸽子构成的鸽群集合,鸽子的初始位置和运动方向以最高层领导者的位置和速度为参考在一定范围内随机分布^[12],其中第 i 个个体的运动规律如下:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}_i}{dt} &= \mathbf{v}_i, \\ \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} &= \mathbf{f}_{i,\text{aut}} + \mathbf{f}_{i,\text{int}} + \xi_i, \end{aligned} \quad (1)$$

式中 \mathbf{x}_i 和 \mathbf{v}_i 分别表示个体的位置和速度矢量,个体的质量设定为1, ξ_i 为 $[-\eta, \eta]$ 上的随机噪声,个体产生的摩擦力作用 $\mathbf{f}_{i,\text{aut}}$ 可以表示为

$$\mathbf{f}_{i,\text{aut}} = a - \gamma \mathbf{v}_i \quad (2)$$

式中 a 为群体固有的聚集因子, γ 为摩擦系数。个体间的相互作用力 $\mathbf{f}_{i,\text{int}}$ 可以表示为

$$\begin{aligned}
 \mathbf{f}_{i,\text{int}} &= \omega_{\text{rep}}\mathbf{f}_{i,\text{rep}} + \omega_{\text{att}}\mathbf{f}_{i,\text{att}} + \omega_{\text{al}}\mathbf{f}_{i,\text{al}} + \omega_{\text{front}}\mathbf{f}_{i,\text{front}}, \\
 \mathbf{f}_{i,\text{rep}} &= \frac{1}{n_{\text{rep}}} \sum_{j=1}^{n_{\text{rep}}} g(d_{ij})\mathbf{u}_{ij}, \mathbf{x}_j \in R, \\
 \mathbf{f}_{i,\text{att}} &= \frac{1}{n_{\text{att}}} \sum_{j=1}^{n_{\text{att}}} g(d_{ij})\mathbf{u}_{ij}, \mathbf{x}_j \in ATT, \\
 \mathbf{f}_{i,\text{al}} &= \frac{1}{n_{\text{al}}} \sum_{j=1}^{n_{\text{al}}} \frac{\mathbf{v}_j}{|\mathbf{v}_j|}, \mathbf{x}_j \in AL, \\
 \mathbf{f}_{i,\text{front}} &= g_f(d_{ij})\mathbf{u}_{ij}
 \end{aligned} \tag{3}$$

式中 $\mathbf{f}_{i,\text{rep}}$, $\mathbf{f}_{i,\text{att}}$, $\mathbf{f}_{i,\text{al}}$ 和 $\mathbf{f}_{i,\text{front}}$ 分别表示群体中个体与邻居间的吸引力、排斥力、队列一致和前进时的交互作用力, ω_{rep} , ω_{att} , ω_{al} 和 ω_{front} 分别表示相应作用力的权重.

3 鸽群群集运动稳定性和同步性分析

3.1 鸽群运动同步性拓扑条件

在鸽群归巢飞行中, 为了保证群集的整体性并从群集飞行中获利, 群集中的个体需要和邻居进行交流协商, 解决在导航选择上可能存在的分歧. 最近的研究表明, 群集中的某些个体对群集运动具有更大的决策权, 即鸽群运动中存在着分层的引领-跟随网络. 通过实验观察和研究, 鸽群个体在群集中的领导层级(在运动过程中跟随上层领导者或者引领下层跟随者)与个体在飞行中获取的导航信息变化情况有关^[13]. 除此之外, 个体之间的运动能力差异(主要是飞行速度)也决定了个体在群体中具有不同的领导层级.

定理1 给定初始状态 $\Theta(0)$, 鸽群个体位置记为 $\mathbf{X}(t) = [\mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t), \dots, \mathbf{x}_n(t)]^T$, $D_0, D_1, \dots, D_i, \dots$ 为群体在各个离散时刻按照鸽群层级网络确定的有向连接图, 其对应的权值矩阵为 $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_i, \dots$, 若存在一个有限整数 $n \geq 0$, 使得分别在每个时间段 $[t_i, t_{i+n})$, $i \geq 0$ 上的有向图 $D_{t_i}, D_{t_{i+1}}, \dots, D_{t_{i+n}}$ 的并集 \tilde{D}_i 是强连通的, 则有速度同步运动下的群体运动方程:

$$\begin{cases} \mathbf{X}(t+1) = \mathbf{X}(t) + v_0 e^{i\Theta(t)}, \\ \Theta(t+1) = F_{p_i} \Theta(t). \end{cases} \tag{4}$$

在时间 $i \rightarrow \infty$ 时能够达到同步状态. 式中下标 $p(t)$ 对应于群体系统在 t 时刻的邻接关系形成的图. $F_{p_i} = H(t)$, 状态转移矩阵 $H(t)$ 中的各个元素为

$$h_{ij}(t) = \begin{cases} \frac{1}{n_i(t, \Theta_p, \omega)}, & \text{若 } j \in I_i(t, \Theta_p, \omega), \\ 0, & \text{否则,} \end{cases} \tag{5}$$

式中 $n_i(t, \Theta_p, \omega) = |I_i(t, \Theta_p, \omega)|$ 为个体 i 在 t 时刻通过拓扑规则和视场范围限制获得的邻居个体数量.

证明 首先, 离散时间系统 $\Theta(t+1) = H(t)\Theta(t)$ 渐进达到同步的充分必要条件为, 当时间 $t \rightarrow \infty$ 时, 有

$$H(t-1)H(t-2) \cdots H(2)H(1)H(0) \rightarrow \mathbf{1}_n \mathbf{c}^T, \tag{6}$$

式中 $\mathbf{1}_n$ 为元素全为1的 n 维列向量, \mathbf{c} 为 n 维常数列向量. 当群体系统渐进达到一致当且仅当集合

$$S = \{\Theta \in \mathfrak{R}^n : \theta_1 = \theta_2 = \cdots = \theta_n\} \tag{7}$$

是吸引且正不变集. 由

$$\Theta(t) = H(t-1)H(t-2) \cdots H(1)H(0)\Theta(0)$$

可进一步得到:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Theta(t) = \mathbf{1}_n \mathbf{c}^T \Theta(0) = [\mathbf{c}^T \Theta(0), \dots, \mathbf{c}^T \Theta(0)]^T, \tag{8}$$

表明集合 S 是吸引且正不变的. 反之, 若 S 是吸引且正不变集合, 则有:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \Theta(t) &= \lim_{t \rightarrow \infty} H(t-1)H(t-2) \cdots \\ &H(2)H(1)H(0)\Theta(0) = \mathbf{a}, \end{aligned} \tag{9}$$

式中 \mathbf{a} 为 n 维常数向量. 从而可以得到:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} H(t-1)H(t-2) \cdots H(1)H(0) = \mathbf{1}_n \mathbf{c}^T. \tag{10}$$

给定群集的初始状态 $\Theta(0)$, $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_i, \dots$ 为离散的时变矩阵信号, 若存在一个以 $t_0=0$ 为初始点的连续非空有界无穷时间序列 $[t_i, t_{i+1})$, $i \geq 0$, 使得在每个时间区间中, 整个群体的邻居关系图是联合连通的, 则有:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Theta(t) = \theta_{ss} \mathbf{1}_n. \tag{11}$$

设 T 为在时间序列 $[t_i, t_{i+1})$ ($i \geq 0$)中的最小上界, 假定 $T < +\infty$. 令转移矩阵

$$\begin{aligned} \Phi(t, \tau) &= H(t-1)H(t-2) \cdots H(\tau+1)H(\tau), \\ t &> \tau \geq 0, \end{aligned}$$

显然有 $\Phi(t, t) = I, t \geq 0$. 进而可得 $\Theta(t) = \Phi(t, 0)\Theta(0)$. 进而可以得到:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Phi(t, 0) = \mathbf{1}_n \mathbf{c}^T, \tag{12}$$

式中 \mathbf{c} 为 n 维常数向量, 且有 $\theta_{ss} = \mathbf{c}^T \Theta(0)$.

已知在每个时间段 $[t_i, t_{i+1})$ ($i \geq 0$) 内的群体邻居关系图 $G_{p_0}, G_{p_1}, G_{p_2}, \dots$ 是联合连通, 则这些图对应的矩阵乘积 $F_{p_0}, F_{p_1}, F_{p_2}, \dots$ 是遍历的. 又因为 $\Phi(t_{i+1}, t_i) = F_{p_i}$, 可得转移矩阵 $\Phi(t_{i+1}, t_i)$ 也是遍历的^[14].

对于固定规模的群体系统, 其可能的邻居连接矩阵信号 $p \in P$ 是可数且有限的, 因此序列 $\{F_p : p \in P\}$ 是有限集合, 记由 $\{F_p : p \in P\}$ 产生的矩阵最大个数为 T , 进而可以得到 $\Phi(t_i, t_{i-1}), \Phi(t_{i-1}, t_{i-2}), \dots, \Phi(t_1, t_0)$ 是有限且遍历的矩阵序列. 因此可得:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \Phi(t_i, 0) = \lim_{i \rightarrow \infty} \Phi(t_i, t_{i-1}) \Phi(t_{i-1}, t_{i-2}) \cdots \Phi(t_1, t_0) = \mathbf{1}_n \mathbf{c}^T. \quad (13)$$

对于离散时间系统, 有 $i \rightarrow \infty \Leftrightarrow t \rightarrow \infty$. 而对于连续时间系统, 对于任意 $t \geq 0$, 设 i_t 是满足条件 $i_t \leq t$ 的最大正整数, 有 $\Phi(t, t_{i_t}) \mathbf{1}_n = \mathbf{1}_n$, 所以得到

$$\Phi(t, 0) - \mathbf{1}_n \mathbf{c}^T = \Phi(t, t_{i_t}) \Phi(t_{i_t}, 0) - \Phi(t, t_{i_t}) \mathbf{c}^T = \Phi(t, t_{i_t}) \cdot (\Phi(t_{i_t}, 0) - \mathbf{1}_n \mathbf{c}^T). \quad (14)$$

因为 $\Phi(t, t_{i_t})$ 是由 $T-1$ 时刻的有限邻接关系图产生的矩阵, 所以 $\Phi(t, t_{i_t})$ 可以视作是关于时间 t 的有界函数, 即 $\|\Phi(t, t_{i_t})\| < \infty$.

由于 $\lim_{i_t \rightarrow \infty} (\Phi(t_{i_t}, 0) - \mathbf{1}_n \mathbf{c}^T) = 0$, 所以

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\Phi(t, 0) - \mathbf{1}_n \mathbf{c}^T) = 0. \quad (15)$$

由整数 $n < \infty$ 可知, 时间序列 $[t_i, t_{i+n})$ ($i \geq 0$) 是连续非空有界无穷的. 注意到有向图 $D_{t_i}, D_{t_{i+1}}, \dots, D_{t_{i+n}}$ 且 \tilde{D}_t 是强连通的, 那么在时间段 $[t_i, t_{i+n})$ 上的群体连接关系图是联合连通. 可推出 $\lim_{t \rightarrow \infty} \Theta(t) = \theta_{ss} \mathbf{1}_n$, 即在 $t \rightarrow \infty$ 时, 有 $\theta_i \rightarrow \theta_j \rightarrow \theta_{ss}, \forall i, j$, 整个群体能够达到同步状态. 因此, 定理1得证.

3.2 鸽群层级引领稳定性时延条件

定理2 具有自延迟的二阶离散鸽群系统达成一致

稳定的充分条件为任意两个节点之间的延迟 τ_{ij} 满足条件:

$$\tau_{ij} < \frac{2-2T\gamma \sum a_{ij}}{\pi^2 T \gamma \sum a_{ij}}. \quad (16)$$

证明 采用 Z 变换得到频域系统:

$$\begin{cases} z \mathbf{X}_i(z) - z \mathbf{x}_i(0) = \mathbf{X}_i(z) + T \mathbf{V}_i(z), \\ z \mathbf{V}_i(z) - z \mathbf{v}_i(0) = \mathbf{V}_i(z) - T \sum a_{ij} ((\mathbf{X}_j(z) z^{-\tau_{ij}} - \mathbf{X}_j(z) z^{-\tau_{ij}}) + \gamma (\mathbf{V}_j(z) z^{-\tau_{ij}} - \mathbf{V}_j(z) z^{-\tau_{ij}})), \end{cases} \quad (17)$$

式中 $\mathbf{X}_i(z)$ 和 $\mathbf{V}_i(z)$ 分别为 $x_i[k]$ 和 $v_i[k]$ 的 Z 变换.

定义 $n \times n$ 的矩阵 $\mathbf{L}(z)$:

$$\mathbf{L}(z) = [l_{ij}(z)], l_{ij}(z) = \begin{cases} -a_{ij} z^{-\tau_{ij}}, & j \in N_i, \\ \sum a_{ij} z^{-\tau_{ij}}, & j = i, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad (18)$$

当自延迟 $\tau_{ij}=0$ 时, 为系统的拉普拉斯矩阵 $\mathbf{L}(z)$, 可得:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{(z-1)^2}{T} \mathbf{I} + (T + \gamma(z-1)) \mathbf{L}(z) \right) \mathbf{X}(z) \\ & = \left(\frac{z(z-1)}{T} + \gamma z \mathbf{L}(0) \right) \mathbf{x}(0) + z \mathbf{v}(0), \end{aligned} \quad (19)$$

式中 $\mathbf{x}(0)$ 和 $\mathbf{v}(0)$ 都为 $n \times 1$ 的向量:

$$\mathbf{x}(0) = [\mathbf{x}_1(0), \mathbf{x}_2(0), \dots, \mathbf{x}_n(0)]^T,$$

$$\mathbf{v}(0) = [\mathbf{v}_1(0), \mathbf{v}_2(0), \dots, \mathbf{v}_n(0)]^T.$$

进一步得到系统的开环传递函数为^[15]:

$$G(z) = \frac{T(\gamma z + T - \gamma)}{(z-1)^2} \bar{\mathbf{L}}(z) = \frac{T\gamma}{(z-1)^2} \bar{\mathbf{L}}(z), T \cdot \gamma. \quad (20)$$

根据广义Nyquist稳定性判据, 并基于盖尔圆原理, 系统的广义Nyquist曲线 $\lambda(G(e^{j\omega}))$ 的所在区域为

$$\lambda(G(e^{j\omega})) \in \cup \left\{ \eta : \eta \in \mathbb{C}, \left| \eta - \frac{e^{-\tau_{ij}\omega} T \gamma \sum a_{ij}}{e^{j\omega} - 1} \right| \leq \sum \left| \frac{a_{ij} e^{-\tau_{ij}\omega} T \gamma}{e^{j\omega} - 1} \right| \right\}, \quad (21)$$

$$\frac{e^{-\tau_{ij}\omega} T \gamma \sum a_{ij}}{e^{j\omega} - 1} = \frac{(\cos\omega\tau_{ij} - j\sin\omega\tau_{ij}) T \gamma \sum a_{ij}}{\cos\omega + j\sin\omega - 1}. \quad (22)$$

该特征根的实际部为

$$-\frac{1}{2}T\gamma \sum a_{ij} \left(\cos\omega\tau_{ij} + \frac{\sin\omega\tau_{ij}\sin\omega}{1-\cos\omega} \right). \quad (23)$$

由引理可知当该实部大于 $-\frac{1}{2}$ 时, 系统的广义Nyquist曲线不环绕点 $(-1, j0)$, 所以有:

$$T\gamma \sum a_{ij} \left(\cos\omega\tau_{ij} + \frac{\sin\omega\tau_{ij}\sin\omega}{1-\cos\omega} \right) < 1, \quad (24)$$

$$T\gamma \sum a_{ij} \left(\cos\omega\tau_{ij} + \frac{\tau_{ij}}{2} \left(\frac{\sin\omega\tau_{ij}}{\omega\tau_{ij}} \right) \times \left(\frac{\sin\omega}{\omega} \right) \left(\frac{\omega}{\sin(\omega/2)} \right)^2 \right) < 1,$$

式中 $\cos\omega\tau_{ij} < 1$, $\frac{\sin\omega\tau_{ij}}{\omega\tau_{ij}} < 1$, $\frac{\sin\omega}{\omega} < 1$, $\frac{\omega}{\sin(\omega/2)} < \pi$, 最终得到:

$$\tau_{ij} < \frac{2-2T\gamma \sum a_{ij}}{\pi^2 T\gamma \sum a_{ij}}. \quad (25)$$

如果系统自延迟满足式(25), 则所有的特征根都位于复平面的左半平面, 系统能够达到一致稳定. 因此, 定理2得证.

3.3 鸽群聚集性能分析

在不考虑外界干扰的自由环境中, 将鸽群中第*i*个个体的运动方程表示为

$$\dot{x}_i = \sum_{j=1, j \neq i}^N g(x_i - x_j), \quad i = 1, \dots, N, \quad (26)$$

式中 $g(\cdot)$ 代表个体间的相互作用力函数.

定义 $g: \|\mathbf{g}_a\|^n \rightarrow \|\mathbf{g}_r\|^n$ 为个体间的吸引-排斥函数, 是个体间吸引力和排斥力共同作用的结果, 可以进一步表示为

$$g(y) = -\gamma[\mathbf{g}_a(\|\mathbf{y}\|) - \mathbf{g}_r(\|\mathbf{y}\|)], \quad (27)$$

式中 \mathbf{g}_a 表示吸引力强度, \mathbf{g}_r 表示排斥力强度, $\|\mathbf{y}\| = \sqrt{\mathbf{y}^T \mathbf{y}}$ 表示欧拉范数. 吸引-排斥函数为奇函数, 有 $g(\mathbf{y}) = -g(-\mathbf{y})$. $-\gamma\mathbf{g}_a(\|\mathbf{y}\|)$ 表示实际的吸引力大小,

$\gamma\mathbf{g}_r(\|\mathbf{y}\|)$ 表示实际的排斥力大小, 吸引力和排斥力的方向都由向量 \mathbf{y} 决定, 而 $\mathbf{g}_a(\|\mathbf{y}\|) - \mathbf{g}_r(\|\mathbf{y}\|)$ 决定了吸引-排斥的作用强度.

定理3 在无外界干扰的自由环境中, 采用线性吸引-有界排斥的相互作用函数时, 鸽群中的个体将会最终内聚收敛到如下区域内:

$$R_\varepsilon(\bar{x}) = \{x: \|x - \bar{x}\| \leq \varepsilon\}, \quad (28)$$

式中 $\varepsilon = b/a$, 且收敛会在有限时间 \bar{t} 内完成:

$$\bar{t} = \max_{i=1,2,\dots,N} \left\{ -\frac{1}{2a} \ln \left(\frac{\varepsilon^2}{2V_i(0)} \right) \right\}. \quad (29)$$

证明 仍取Lyapunov函数 $V_i = \frac{1}{2}\|\mathbf{e}_i\|^2$, 采用线性吸引-有界排斥函数时有 $\mathbf{g}_a(\|\mathbf{y}\|) = a$, $a > 0$, 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= -a \sum_{j=1, j \neq i}^N (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)^T \mathbf{e}_i \\ &\quad + \sum_{j=1, j \neq i}^N g_r(\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|) (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)^T \mathbf{e}_i. \end{aligned} \quad (30)$$

将 $\sum_{j=1}^N (x_i - x_j) = N\mathbf{e}_i$ 代入得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= -aN\|\mathbf{e}_i\|^2 + \sum_{j=1, j \neq i}^N g_r(\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|) (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)^T \mathbf{e}_i \\ &\leq -aN\|\mathbf{e}_i\|^2 + \sum_{j=1, j \neq i}^N g_r(\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|) \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\| \|\mathbf{e}_i\| \\ &\leq -aN\|\mathbf{e}_i\| \left(\|\mathbf{e}_i\| - \frac{1}{aN} \sum_{j=1, j \neq i}^N g_r(\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|) \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\| \right). \end{aligned} \quad (31)$$

因此, 只要 $\|\mathbf{e}_i\| > \frac{1}{aN} \sum_{j=1, j \neq i}^N g_r(\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|) \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|$, 就有 $\dot{V}_i < 0$. 考虑到函数的有界排斥特性, 有 $g_r(\|\mathbf{y}\|)\|\mathbf{y}\| \leq b$, $b > 0$, 代入上式得到:

$$\|\mathbf{e}_i\| \leq \frac{b(N-1)}{aN} < \frac{b}{a}\varepsilon. \quad (32)$$

定义 ε 为群集聚集之后最终边界尺寸的上界. 群集边界范围 ε 会随着吸引力强度 a 的增大而减小, 随着排斥力的上界 b 增大而增大, 对所有线性吸引-有界排斥函数成立^[16].

下面考虑收敛时间问题, 当 $\|\mathbf{e}_i\| \geq \varepsilon$ 时, 有:

$$\begin{aligned}
 & -a(N-1)\|e_i\|^2 + \sum_{j=1, j \neq i}^N g_r(\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|)(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)^T e_i \\
 & \leq \|e_i\|(-a(N-1)\|e_i\| + \sum_{j=1, j \neq i}^N g_r(\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|)\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|) \quad (33) \\
 & \leq \|e_i\|(N-1)(-a\|e_i\| + b) \leq 0,
 \end{aligned}$$

可得:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_i & = -a\|e_i\|^2 - a(N-1)\|e_i\|^2 + \\
 & \sum_{j=1, j \neq i}^N g_r(\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|)(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)^T e_i \leq -a\|e_i\|^2 = -2aV_i. \quad (34)
 \end{aligned}$$

解不等式 $\dot{V}_i \leq -2aV_i$, 得:

$$t_i \leq -\frac{1}{2a} \ln\left(\frac{V_i}{V_i(0)}\right) = -\frac{1}{2a} \ln\left(\frac{\|e_i\|^2}{2V_i(0)}\right). \quad (35)$$

群集中个体 i 进入聚集边界 ε 的最长时间为

$$\bar{t}_i = -\frac{1}{2a} \ln\left(\frac{\varepsilon^2}{2V_i(0)}\right).$$

对于整个群集在时间

$$\bar{t} = \max_{i=1,2,\dots,N} \left\{ -\frac{1}{2a} \ln\left(\frac{\varepsilon^2}{2V_i(0)}\right) \right\} \quad (36)$$

内, 将收敛至 $\|e_i\| \leq \varepsilon$. 因此, 定理3得证.

4 鸽群运动同步性能仿真实验分析

4.1 鸽群运动时延条件仿真实验

通过仿真研究鸽群系统内部具有层级引领关系时引领-跟随关系中时延特性对群体运动稳定性的影响, 分析时延参数对群体同步特性的影响作用. 前述结论分析了具有自延迟的鸽群离散运动系统达成一致稳定的充分条件为任意两个节点之间的延迟 τ_{ij} 满足条件:

$$\tau_{ij} < \frac{2-2T\gamma \sum a_{ij}}{\pi^2 T\gamma \sum a_{ij}}, \quad (37)$$

式中 T 为采样周期, a_{ij} 为系统加权邻接矩阵中对应的值, τ_{ij} 为节点 i 与节点 j 之间的延迟, γ 为速度一致的权重系数. 下面从仿真角度验证鸽群在时延条件下的群体运动性能. 设速度一致的权重系数为 $\gamma=0.5$. 设群集运动中群体规模为 $N=8$, 从最顶层的领导者至最底层的跟随者具有4层引领-跟随关系, 且每层跟随者的数量

趋近于平均分配, 时间延迟随着层级的递进呈等比变化, 则鸽群层级网络模型可以表示为引领-跟随时延矩阵 $\mathbf{A}(N \times N)$:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A} & = \begin{bmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \cdots & \tau_{1j} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \cdots & \tau_{2j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tau_{i1} & \tau_{i2} & \cdots & \tau_{ij} \end{bmatrix}, \quad (38) \\
 \tau_{ij} & = 0(i=j), \\
 \tau_{ij} & = -\tau_{ji}.
 \end{aligned}$$

每一层引领-跟随的固定时延呈现等比数列的规律. 考虑无噪声情况下 ($\eta=0$) 鸽群同步运动随节点之间时延变化的收敛情况. 最高级领导者的初始速度大小为 $v_0=1$, 采样周期 $T=0.2$ s, 拓扑规则邻居个数上限为 $M=5$, 个体的感知半径为 $R=2$. 图1显示了鸽群运动时的序参量 V_a 、收敛时间 T_c 和平均邻居个数 $\bar{n}(t)$ 随层级网络中个体间时延上限 τ 的变化曲线.

在该仿真条件下, 理论上鸽群离散运动系统达成一致稳定的充分条件为: 任意两个节点之间的延迟 τ_{ij} 需满足 $\tau_{ij} \leq 0.64$. 从仿真结果可以看出, 随着个体间时延的不断增大, 鸽群形成集群运动前和完成集群聚集并进行稳定集群运动时的同步性能具有显著变化. 当个体间延较小时 ($\tau=0.2$), 鸽群在形成同步时需要较短的调整时间, 群集序参量产生的波动较小, 在形成同步集群后集群的稳态序参量误差较小, 且能够长时间保持在1的稳定值. 随着个体间时延的增大, 鸽群在形成同步集群的初期个体之间不能够充分利用邻居的信息, 当个体间的时延超过同步运动条件时 ($\tau=0.8$), 鸽群不能形成同步运动, 原因在于此时鸽群获得的邻居信息为时延后的信息, 不能形成层级网络的引领-跟随, 不能形成群体交互网络, 此时稳态序参量在不能达到稳定值1, 稳态值为0.8左右. 当个体间的时延继续增大时 ($\tau=1.0$), 群体的序参量进一步降低, 在0.7附近波动.

4.2 鸽群聚集性能仿真实验

通过仿真研究聚集和分散动力学形态之间的相互演化关系, 研究噪声情况下鸽群不同形态的自组织响应特性, 分析相关参数对群体聚集特性的影响作用, 包括群体聚集指数和同步运动的平均夹角等. 图2给出了在不同的噪声强度下 ($\eta=0.1, 0.2, 0.5, 0.8, 1.0$), 群体的稳态统计序参量、平均邻居个数和收敛时间变化

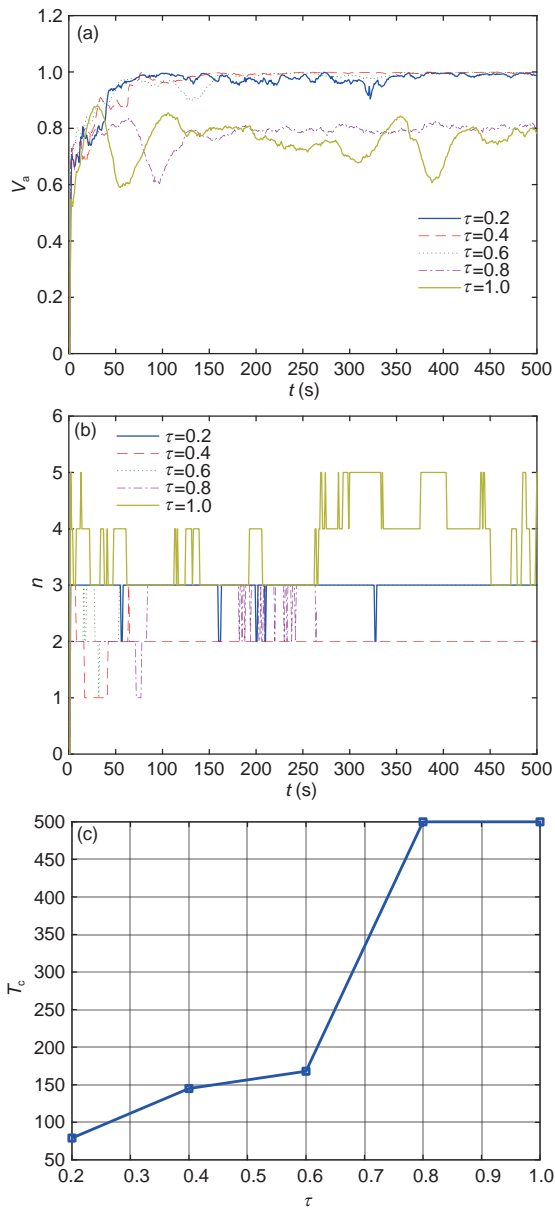


图 1 (网络版彩图)不同群集运动参数随时延上限的变化曲线. (a) 序参量 V_a ; (b) 平均邻居个数 $\bar{n}(t)$; (c) 收敛时间 T_c .

情况. 仿真中设最高级领导者的初始速度大小为 $v_0=1$, 采样周期 $T=0.2$ s, 拓扑规则邻居个数上限为 $M=5$, 个体的感知半径为 $R=2$, 个体间时延上限 $\tau=0.2$. 从仿真结果可以看出, 随着噪声的增强, 系统的同步性变差. 稳态统计序参量随噪声的增大而减小, 当噪声增大到一定值时($\eta=1.0$), 群体不能形成稳定的运动, 序参量稳态值在0.6附近产生较大的波动. 从序参量随噪声强度变化的曲线可以看出, 存在一个临界的噪声强度大小

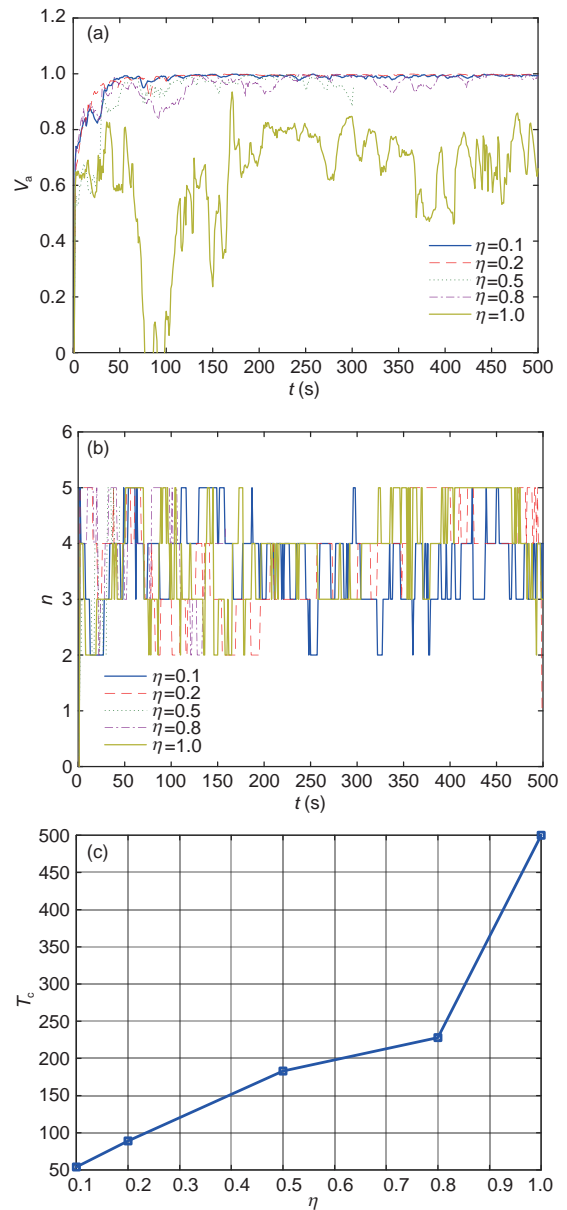


图 2 (网络版彩图)不同噪声强度下同步性能参数变化曲线. (a) 序参量 V_a ; (b) 平均邻居个数 $\bar{n}(t)$; (c) 收敛时间 T_c .

η_c , 当噪声强度小于该值时, 群集运动能够保持稳定, 当噪声强度超过该阈值时, 群集运动立即失去稳定性.

鸽群系统由初始随机无序状态最终形成集群运动模式过程中, 群体的聚集性能参数随时间演化的曲线如图3所示, 包括群体系统的聚集指数和平均夹角. 在存在一定噪声的情况下鸽群运动模式的序参数最终达到1, 表明整个群体系统实现了全局同步运动. 从仿真结果可以看出, 在噪声较小的情况下的群体聚集指数

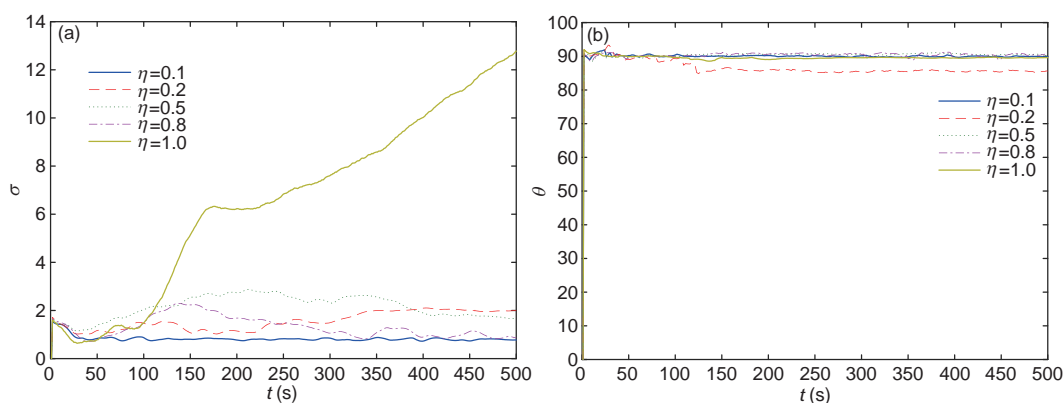


图3 (网络版彩图)不同噪声强度下聚集性能参数变化曲线。(a) 聚集指数 σ ; (b) 平均夹角 $\bar{\theta}$

最小,表明该情况下的群体系统形成的队形最紧凑,聚集程度最高。同时,在噪声较小的情况下,群体队形的聚集速度最快。对比不同噪声强度下的平均夹角曲线,可以看出在形成稳定集群后群体的平均夹角 $\bar{\theta} \approx 90^\circ$,表明所有个体均沿着群体中心的切向方向运动,整个群体产生速度一致。

5 结论

本文研究了鸽群群体运动的动力学模型特性和聚集特性,分析了时延参数对群体同步特性的影响作用。

在理论分析的基础上设置鸽群运动的不同参数,给出了一系列的仿真对比实验。鸽群群集飞行时空间上的聚集特性合理分布有助于减少通信量以及提高信息利用率,在无外界干扰的自由环境中,采用线性吸引-有界排斥的相互作用函数时,群集中的个体将会最终内聚收敛到有限区域内。鸽群网络中速度向量的噪声情况会对群体聚集性能产生影响,在较大噪声的情况下鸽群聚集性显著变差,聚集指数中与平均中心的距离增大且平均夹角产生波动,这些研究结果可为无人机集群的同步协调控制提供理论基础,以达到提高无人机集群聚集控制效能和同步收敛速度的目的。

参考文献

- 1 Vicsek T, Zafeiris A. Collective motion. *Phys Rep*, 2012, 517: 71–140
- 2 Nagy M, Akos Z, Biro D, et al. Hierarchical group dynamics in pigeon flocks. *Nature*, 2010, 464: 890–893
- 3 Bennet D J, MacInnes C R, Suzuki M, et al. Autonomous three-dimensional formation flight for a swarm of unmanned aerial vehicles. *J Guid Control Dynam*, 2011, 34: 1899–1908
- 4 Nagy M, Vásárhelyi G, Pettit B, et al. Context-dependent hierarchies in pigeons. *Proc Natl Acad Sci USA*, 2013, 110: 13049–13054
- 5 Lin H T, Ros I G, Biewener A A. Through the eyes of a bird: Modelling visually guided obstacle flight. *J R Soc Interface*, 2014, 11: 20140239
- 6 Pettit B, Perna A, Biro D, et al. Interaction rules underlying group decisions in homing pigeons. *J R Soc Interface*, 2013, 10: 20130529
- 7 Lukeman R, Li Y X, Edelstein-Keshet L. Inferring individual rules from collective behavior. *Proc Natl Acad Sci USA*, 2010, 107: 12576–12580
- 8 Flack A, Ákos Z, Nagy M, et al. Robustness of flight leadership relations in pigeons. *Animal Behaviour*, 2013, 86: 723–732
- 9 Pollonara E, Guilford T, Rossi M, et al. Right hemisphere advantage in the development of route fidelity in homing pigeons. *Animal Behaviour*, 2017, 123: 395–409
- 10 段海滨, 邱华鑫. 基于群体智能的无人机集群自主控制. 北京: 科学出版社, 2018
- 11 Strömbom D. Collective motion from local attraction. *J Theor Biol*, 2011, 283: 145–151
- 12 罗琪楠. 基于鸽群行为机制的多无人机协调围捕及验证. 博士学位论文. 北京: 北京航空航天大学, 2017
- 13 Basiri M, Schill F, Lima P, et al. On-board relative bearing estimation for teams of drones using sound. *IEEE Robot Autom Lett*, 2016, 1: 820–827
- 14 Luo F, Jiang C, Du J, et al. A distributed gateway selection algorithm for UAV networks. *IEEE Trans Emerg Top Comput*, 2015, 3: 22–33

- 15 Zhang X Y, Duan H B, Yu Y X. Receding horizon control for multi-UAVs close formation control based on differential evolution. *Sci China Inf Sci*, 2010, 53: 223–235
- 16 Zhang H T, Chen M, Stan G B, et al. Collective behavior coordination with predictive mechanisms. *IEEE Circuits Syst Mag*, 2008, 8: 67–85

Analysis on stability and aggregation behavior of pigeon collective model

LUO QiNan¹, DUAN HaiBin^{1,2} & FAN YanMin³

¹ *Bio-inspired Autonomous Flight Systems Research Group, Science and Technology on Aircraft Control Laboratory, School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100083, China;*

² *Peng Cheng Laboratory, Shenzhen 518055, China;*

³ *Shenyang Aircraft Design and Research Institute, Aviation Industry Corporation of China, Shenyang 110035, China*

Different model parameters have different influences on the stability and convergence performance of the pigeon collective behavior. In this paper, the dynamic characteristics of pigeon aggregation and dispersion based on the potential field force under different parameters are considered. The self-organization response characteristics of the pigeon group under different form influences of time delay are also analyzed. Based on the Lyapunov function and the Lagrangian multiplier method, the finite element boundary of the delay parameter of the pigeon group is given. The convergence condition of the pigeon group related to the time delay parameter is also given. In this research, computer simulation is used to study the behavior of pigeon group under different parameters. The influence of topological network and attracting-repulsive function on the aggregation-separation performance of pigeon is also analyzed.

pigeon collective model, topology network, stability, convergence property

doi: 10.1360/N092017-00320