

# 基于改进鸽群算法的高超声速飞行器轨迹优化

张亚平, 孙佩华, 李昱辉, 刘燕斌

(南京航空航天大学 航天学院, 江苏 南京 210016)

**摘要:** 采用基于罚函数思想的约束处理技术改进鸽群智能算法, 应用于复杂的带约束的飞行器轨迹优化问题。以高超声速飞行器爬升段轨迹优化为例, 建立其包含微分方程约束、路径约束和终端约束的优化数学模型, 通过罚函数构造算法的适应值函数并对优化变量添加边界强约束, 将改进的鸽群智能(PIO)算法和粒子群(PSO)算法对高超声速飞行器爬升段优化数学模型进行对比仿真分析。仿真结果表明, 改进的鸽群智能算法在解决此类复杂带约束优化问题中展现出了更好的优化效率, 具有良好的工程应用价值。

**关键词:** 高超声速飞行器; 轨迹优化; 鸽群智能算法; 罚函数

中图分类号: V412.1

文献标识码: A

文章编号: 1002-0853(2017)04-0060-05

DOI:10.13645/j.cnki.f.d.20170612.001

## Hypersonic vehicle trajectory optimization based on improved pigeon-inspired optimization algorithm

ZHANG Ya-ping, SUN Pei-hua, LI Yu-hui, LIU Yan-bin

(College of Astronautics, NUA, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** Based on the constraint processing technology of penalty function, pigeon-inspired optimization (PIO) is improved to deal with the complexly constrained optimization problems such as hypersonic vehicle trajectory optimization. For the climbing trajectory optimization for hypersonic vehicle, optimization model containing differential constraints, trajectory constraints and terminal constraints is established. With modified fitness function by the penalty function concept and enforced constraints of optimal variables, a comparative simulation of PIO and PSO is performed on the above-mentioned optimization problem. Simulation results show that more optimal efficiency and engineering value of PIO is shown to solve the complexly constrained optimization problems.

**Key words:** hypersonic vehicle; trajectory optimization; PIO algorithm; penalty function

### 0 引言

高超声速飞行器由于其远程快速打击能力和强大的突防能力, 已经成为世界各军事强国争相研究的热点技术, 具有极大的军事价值<sup>[1]</sup>。目前国内主要针对高超声速飞行器的结构设计和控制系统设计进行相关研究。在研究初期, 轨迹优化是一项很重要的工作, 针对各种约束条件和飞行要求优化出需要的性能, 在实际应用中, 优化不仅可以节约成本, 而且在同等成本下能获得更优的性能。针对高超声速飞行器的参考飞行轨迹设计有3种方法:

(1) 利用降阶模型来简化最优控制问题<sup>[2]</sup>。Saraf等<sup>[3]</sup>为“猎鹰号”提出了一种具有较强自主性、鲁棒性和自适应性的EAGLE再入制导方法, 它包

含一套可以生成大气层内再入滑翔轨迹的设计程序。

(2) 利用滑翔飞行器的准平衡现象。Shen等<sup>[4]</sup>提出用飞行器的准平衡滑翔条件(QEGC)来产生约束滑翔轨迹, 将轨迹设计问题分解为两个连续的单参量问题来研究。Lu<sup>[5]</sup>提出了准平衡滑翔条件的分析方法, 并通过研究一系列规律的摄动运动得到渐近展开的方法。

(3) 采用基于伪谱法的直接轨迹优化技术。相比于间接轨迹优化设计, 直接法避免了间接法难以预估变量初值、算法难以收敛的问题。伪谱法将间接法和直接法融合在一起, 避免了间接法自身的问题, 大大提高了轨迹设计的计算效率。Zhao等<sup>[6]</sup>通

收稿日期: 2016-10-27; 修订日期: 2017-06-05; 网络出版时间: 2017-06-12 18:13

基金项目: 江苏省2015年普通高校研究生实践创新计划项目(SJLX15 0137)

作者简介: 张亚平(1992-), 男, 四川绵阳人, 硕士研究生, 研究方向为飞行器制导、控制与轨迹优化。

过 GAUSS 伪谱法将最优控制问题转换为由一系列离散点逼近状态量和控制量的非线性程序设计问题。

本文采用 PIO 算法,对高超声速飞行器爬升段进行轨迹优化设计,通过新型群智能方法来解决典型的优化控制问题,避免了传统解析方法的巨大计算难度。其主要内容包括:(1)构造带约束的高超声速飞行器爬升段轨迹优化问题;(2)运用罚函数思想改造 PIO 算法的适应度函数,使其能解决带等式和不等式约束的优化问题;(3)使用 PIO 算法进行优化设计并将优化效果与 PSO 算法进行比较。

## 1 高超声速飞行器爬升段轨迹优化问题

### 1.1 爬升段动力学方程

考虑地球为均匀旋转球面,构造高超声速飞行器爬升段纵向平面数学模型如下:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{P \cos \alpha - D}{m} - g \sin \gamma \\ \frac{d\gamma}{dt} &= \frac{P \sin \alpha + L}{mV} - \frac{g \cos \gamma}{V} \\ \frac{dx}{dt} &= V \cos \gamma, \quad \frac{dH}{dt} = V \sin \gamma \\ \frac{dm}{dt} &= -\frac{T}{I_{sp}g_0} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中:  $V$  为飞行速度;  $\alpha$  为迎角;  $\gamma$  为航迹倾斜角;  $x$  为飞行距离;  $H$  为飞行高度;  $m$  为飞行器剩余质量。气动阻力  $D$  和升力  $L$  表示为:

$$\left. \begin{aligned} D &= 0.5\rho S V^2 C_D \\ L &= 0.5\rho S V^2 C_L \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中:  $S$  和  $\rho$  分别为飞行器参考面积和大气密度;  $C_D$  和  $C_L$  分别为阻力系数和升力系数,均为关于马赫数和迎角的关系式。

发动机推力模型为<sup>[7]</sup>:

$$T = 0.5\rho V^2 C_T A_e \quad (3)$$

式中:  $C_T$  为推力系数;  $A_e$  为进气口面积。

### 1.2 爬升段约束条件

高超声速飞行器爬升段轨迹优化问题的约束主要包括动力学约束、路径约束和终端约束。

#### (1) 动力学约束

根据动力学方程,得到高超声速飞行器爬升段轨迹优化的动力学约束如下:

$$\dot{X}(t) = F[X(t), U(t)] \quad (4)$$

#### (2) 路径约束

高超声速飞行器飞行过程中与大气剧烈摩擦会

产生高温现象,因此必须考虑热流率约束,防止飞行器表面温度过高,热流率约束模型如下:

$$\dot{Q} = C_q \rho^N V^K \leq \dot{Q}_{\max} \quad (5)$$

高超声速飞行器会产生巨大动压为飞行器提供气动力,还可以提供控制力矩以调整姿态,但如果动压超过限值,便会对飞行器的飞行造成很大的影响。动压约束模型为:

$$q = 0.5\rho V^2 \quad (6)$$

为确保飞行器结构稳定,轨迹设计过程中还需要考虑过载约束,过载约束模型为:

$$n = \frac{\sqrt{L^2 + D^2}}{mg_0} \leq n_{\max} \quad (7)$$

式中:  $g_0$  为海平面重力加速度。

### (3) 终端约束

终端约束与飞行任务相关,本文要求高超声速飞行器的飞行高度和速度满足特定的约束:

$$\left. \begin{aligned} H_{\min} &< H_f < H_{\max} \\ V_{\min} &< V_f < V_{\max} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

### 1.3 优化问题描述

本文要求飞行器在爬升过程中燃料最省,同时满足各个路径约束和终端约束,即本文飞行器爬升段轨迹设计指标为:终端时刻飞行器质量最大,目标函数为:

$$\min J = -m_f \quad (9)$$

## 2 鸽群智能算法

鸽子是世界上最普通的鸟,但却拥有奇特的自动导引能力,它们过去曾被用来寄送信件。研究表明,鸽子可能拥有一种特殊的系统,这种系统可以通过三叉神经将鸟嘴感受到的地磁粒子送到大脑,它们甚至还拥有依靠地日距离的差别来认路的能力。最近关于鸽子的研究还发现,鸽子可以根据一些典型地标,例如主要道路、铁路和河流来认路。综上所述,家养鸽子可以通过地磁场、太阳和典型地标这 3 个自动导引工具轻松地返回自己的家<sup>[8]</sup>。

### 2.1 标准鸽群智能算法

受鸽群导航原理的启发,提出了 PIO 算法。在该算法中,  $N_1$  和  $n$  分别代表种群数量和优化问题维度,种群中每一个体代表一种可能解,并具有某一特定适应值,通过在搜索空间随机生成初值用于优化迭代。鸽子  $k$  ( $k = 1, 2, \dots, N_1$ ) 的位置  $X(k)$  和速度  $V(k)$  表示为:

$$\left. \begin{aligned} X(k) &= [x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k)] \\ V(k) &= [v_1(k), v_2(k), \dots, v_n(k)] \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

基本的鸽群智能优化算法包含两种迭代算子: 地图罗盘算子和地标算子<sup>[8]</sup>。在地图罗盘算子中, 鸽群中每一个体通过种群中的最优信息来更新自身的位置和速度, 更新公式如下:

$$\left. \begin{aligned} V^{(N)}(k) &= V^{(N-1)}(k) e^{-RN} + \text{rand} [X_g - X^{(N-1)}(k)] \\ X^{(N)}(k) &= X^{(N-1)}(k) + V^{(N)}(k) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中:  $N$  为当前迭代次数;  $R$  为地磁因子;  $X_g$  为当前种群中全局最优解;  $\text{rand}$  为  $[0, 1]$  区间上的随机值。

在地标算子中, 鸽群中部分鸽子会跟随其他鸽子(靠近地标)飞行, 因此选中的这部分鸽子决定了鸽群整体的飞行轨迹。选取种群中心点  $C^{(N)}(k)$  作为剩余鸽群的飞行参考方向, 对个体的位置进行更新, 更新公式如下:

$$\left. \begin{aligned} C^{(N)}(k) &= \frac{\sum_{N_p} X^{(N)}(k) \text{fitness}[X^{(N)}(k)]}{\sum \text{fitness}[X^{(N)}(k)]} \\ X^{(N)}(k) &= X^{(N-1)}(k) + \text{rand} [C^{(N)}(k) - X^{(N-1)}(k)] \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中:  $\text{fitness}(\cdot)$  为适应度函数, 通过目标函数来构造;  $N_p$  为当前种群数量。在地标算子中, 每次迭代舍去部分个体, 既保证了算法的较优信息又提高了算法迭代效率, 能够保证算法的计算效率和收敛速度。

## 2.2 强约束鸽群智能优化算法

标准 PIO 算法已经被证明是解决轨迹优化问题的可靠工具, 但它不能处理带有多个等式和不等式约束的优化问题。因此, 本文对 PIO 算法进行改进使其能解决复杂的参数优化问题。

首先, 由于飞行器在飞行过程中, 控制机构不能超过物理限制范围, 需要对控制量进行限制, 即需要对每个可能解的元素的取值范围进行强约束。位置和速度约束式如下:

$$\left. \begin{aligned} x_{\text{low}} &\leq x_i^{(i)}(k) \leq x_{\text{up}} \\ v_{\text{low}} &\leq v_i^{(i)}(k) \leq v_{\text{up}} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中:  $i=1, 2, \dots, n$ ;  $x_{\text{low}}$  和  $x_{\text{up}}$  分别为位置中每一元素的下限值和上限值;  $v_{\text{low}}$  和  $v_{\text{up}}$  分别为速度中每一元素的下限值和上限值。

然后, 需要将等式和不等式约束引入算法中, 使其能满足高超声速飞行器爬升过程的各项约束条件。一般来讲,  $l$  个等式约束和不等式约束可用如下方程表示:

$$h_i(x) = 0, g_i(x) \geq 0 \quad (14)$$

式中:  $i=1, 2, \dots, l$ 。

对于求解最小优化问题, 群智能算法采用罚函

数思想进行求解。本文使用罚函数思想改进适应度函数。构造罚函数为:

$$\bar{P}(x) = \sum_{i=1}^l h_i^2(x) + \sum_{i=1}^m \{ \min [0, g_i(x)] \}^2 \quad (15)$$

通过以上罚函数构造的增广适应度函数如下所示:

$$\text{fitness}(x) = J_{\text{min}} = J_0 + \sigma \bar{P}(x) \quad (16)$$

式中:  $J_0$  为原本的适应度函数;  $\sigma$  为罚参数。

## 3 仿真对比

### 3.1 仿真参数和优化变量设置

本文采用 PIO 算法与 PSO 算法进行对比仿真。算法参数设置为: 地磁因子  $R=0.3$ ; 惯性因子  $w=0.5$ ; 学习因子  $c_1=c_2=2$ ; 飞行器初始高度  $17\,000$  m; 初始速度为  $1\,198$  m/s; 起飞质量为  $3\,600$  kg; 初始航迹倾角为  $0.069\,8$  rad。约束参数设置如表 1 所示。

表 1 约束参数

Table 1 Constrain parameters

约束条件	约束参数设置
终端约束	$1\,840 \text{ m/s} \leq V_f \leq 1\,900 \text{ m/s}, 26 \text{ km} \leq H_f \leq 28 \text{ km}$
路径约束	$[\dot{Q}_{\text{max}}, q_{\text{max}}, n_{\text{max}}] = [800 \text{ kW/m}^2, 400 \text{ kPa}, 2.5]$
控制约束	$-6^\circ \leq \alpha \leq 8^\circ$

本文针对高超声速飞行器爬升段的控制策略进行优化, 优化变量为包含终端时间和迎角序列的一维数组。其中迎角序列由飞行过程中相等时间间隔上的一系列迎角组成, 优化变量表示如下:

$$x = [t_p, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{d-1}] \quad (17)$$

式中:  $t_p$  为终端时间;  $d$  为优化变量维度。

### 3.2 仿真结果对比

为了提高结果的可靠性, 本文设置不同的种群数量和迭代次数, 对两种算法进行多次仿真对比, 结果如表 2 所示。各次仿真适应值总体变化如图 1 所示。由仿真结果可以看出, 分别对两种算法进行 5 次独立仿真, PIO 算法适应值均小于 PSO 算法, 且满足各项优化约束, 且 PIO 算法的适应度函数收敛速度快于 PSO 算法。选取其中单次仿真结果, 两种算法的适应值变化曲线如图 2 所示。

表 2 优化结果比较

Table 2 Comparison of optimization results

算法	仿真次数	平均适应值
PIO	5	-3 454.35
PSO	5	-3 453.24

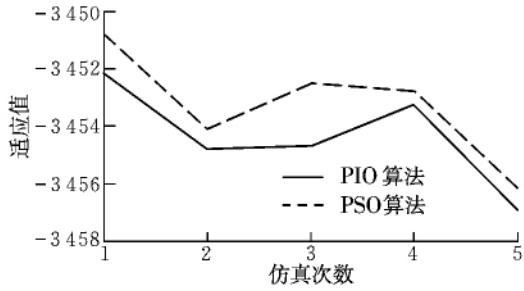


图 1 适应值总体变化图

Fig. 1 Overall variations of fitness

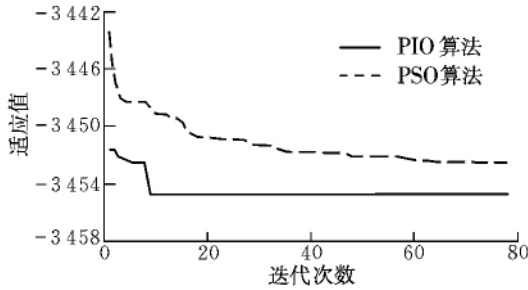


图 2 适应值变化曲线

Fig. 2 Variations of fitness

速度、高度和剩余质量随时间变化曲线如图 3 ~ 图 5 所示。飞行过程中,热流率、动压以及过载变化如图 6 ~ 图 8 所示。由图可知,PIO 算法和 PSO 算法均能用于解决高超声速飞行器爬升段轨迹优化问题;PIO 算法的适应值均低于 PSO 算法,表明 PIO 算法的优化结果更优;PIO 算法的适应值收敛速度快于 PSO 算法,体现了该算法的快速收敛性。

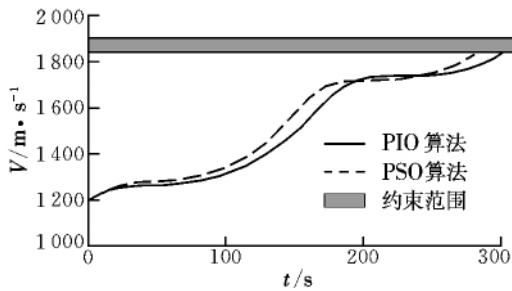


图 3 速度变化曲线

Fig. 3 Variation of velocity

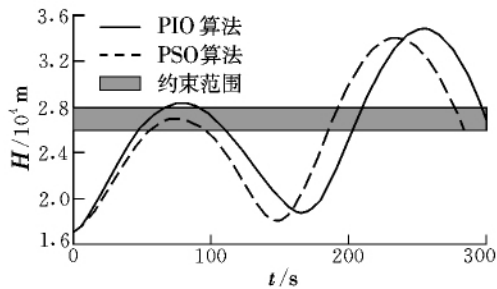


图 4 高度变化曲线

Fig. 4 Variation of height

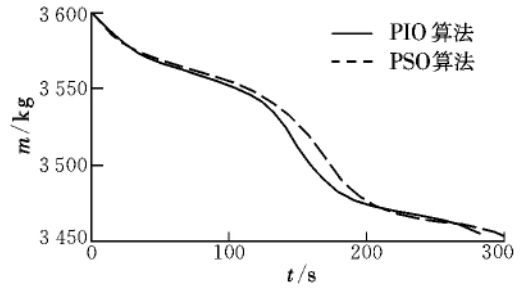


图 5 质量变化曲线

Fig. 5 Variation of residual mass

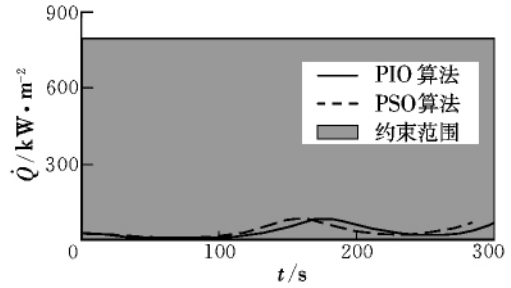


图 6 热流率变化曲线

Fig. 6 Variation of heating rate

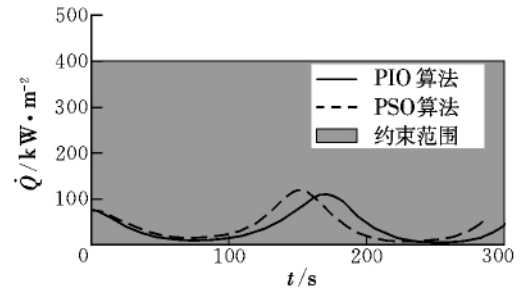


图 7 动压变化曲线

Fig. 7 Variation of dynamic pressure

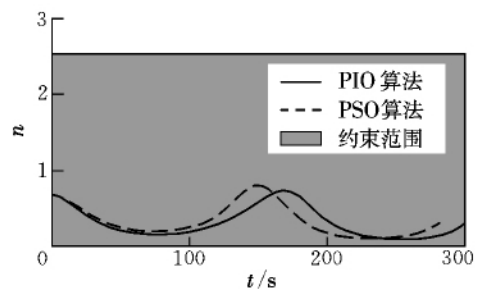


图 8 过载变化曲线

Fig. 8 Variation of aerodynamic load

多次仿真结果显示,针对本文算例,改进的 PIO 算法优化效果更好,且能满足各项优化约束,在解决此类复杂的带约束优化问题中展现了更好的优化效率。

### 4 结束语

本文针对高超声速飞行器爬升段轨迹优化问

题建立了带约束的优化问题数学模型。在现有的标准 PIO 算法理论研究基础上对其进行改进,利用罚函数思想构造适应度函数,使其能应用于带约束的优化问题中,并通过与 PSO 算法对比仿真检验优化效率。研究结果表明,改进的 PIO 算法能很好地解决高超声速飞行器轨迹设计此类复杂带约束的优化问题,并展现出优于粒子群算法的优化效率,是一种具有较好工程价值的优化方法。

#### 参考文献:

- [1] 马岑睿,严聪,李彦彬. 国外高超声速计划发展综述[J]. 飞航导弹, 2011(6): 28-32.
- [2] Mease K D, Chen D T, Teufel P, et al. Reduced-order entry trajectory planning for acceleration guidance[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2002, 25(2): 257-266.
- [3] Saraf A, Chen D T, Leavitt J A, et al. Design and evaluation of an acceleration guidance algorithm for entry[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2004, 41(6):

986-996.

- [4] Shen Z, Lu P. Onboard generation of three dimensional constrained entry trajectories[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2003, 26(1): 111-121.
- [5] Lu P. Asymptotic analysis of quasi-equilibrium glide in lifting entry flight[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2006, 29(3): 662-670.
- [6] Zhao J, Zhou R, Jin X. Gauss pseudospectral method applied to multi-objective spacecraft trajectory optimization[J]. Journal of Computational and Theoretical Nanoscience, 2014, 11(10): 2242-2246.
- [7] Morimoto H. Trajectory optimization for A hypersonic vehicle with constraint[D]. Georgia, USA: Georgia Institute of Technology, 1997.
- [8] Duan H B, Qiao P X. Pigeon-inspired optimization: a new swarm intelligence optimizer for air robot path planning[J]. International Journal of Intelligent Computing and Cybernetics, 2014, 7(1): 24-37.

(编辑:方春玲)

(上接第59页)

仿真中算法的运算时间基本在 7 s 内,仿真时间与其他算法相比较快,并且路径约束也都可以满足设定的最大值要求,终端约束误差也均在允许范围之内。

## 4 结束语

本文针对高超声速飞行器的多约束多目标的再入轨迹优化问题进行研究。采用基于 PSO 算法的直接法,并配以 AHP 方法进行约束和目标的权值选择,分析不同权重下生成的再入轨迹的特点,以及权重的选择对轨迹的影响。仿真结果表明,粒子群算法计算时间短并且编程容易实现,为飞行器在线生成轨迹提供了良好的条件;以 4 种不同的权重仿真出的再入轨迹都符合正确的偏重点并保证权重低的约束也有不错的精度,说明粒子群算法有很好的可塑性;对不同飞行任务导致要求约束或目标精度不同的情况提供了一种较好的处理方法和计算依据。

#### 参考文献:

- [1] 李强. 高超声速滑翔飞行器再入制导控制技术研究

[D]. 北京:北京理工大学, 2015.

- [2] Rao A V, Clarke K A. Performance optimization of a maneuvering re-entry vehicle using a Legendre pseudospectral method[R]. AIAA-2002-4885, 2002.
- [3] 韩鹏,单家元. 基于 Radau 伪谱法的重复使用运载器再入轨迹优化[J]. 控制理论与应用, 2013, 30(8): 1027-1032.
- [4] 赵汉元. 飞行器再入动力学和制导[M]. 长沙:国防科学技术大学出版社, 1997: 23-139.
- [5] 雍恩米,陈磊,唐国金,等. 飞行器轨迹优化数值方法综述[J]. 宇航学报, 2008, 29(2): 397-406.
- [6] 雍恩米. 高超声速滑翔式再入飞行器轨迹优化与制导方法研究[D]. 长沙:国防科学技术大学, 2008.
- [7] Eberhart R C, Kennedy J. A new optimizer using particle swarm theory [C]//Proceedings of the 6th International Symposium on Micro Machine and Human Science. Nagoya, Japan: IEEE Service Center, 1995: 39-43.
- [8] 邱晔,牟伟强,魏生民. 基于层次分析法与粒子群算法的飞机装配公差多目标优化[J]. 航空制造技术, 2010(16): 66-69, 72.

(编辑:方春玲)